

Imię i nazwisko:

nr indeksu:.....

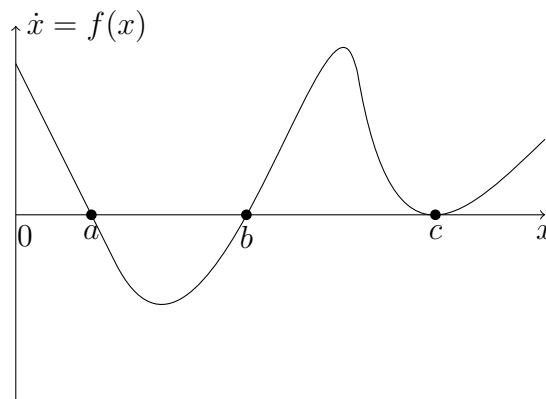
Kolokwium II

GRUPA C

Przy każdym z podpunktów wpisz, czy jest on prawdziwy (TAK) czy fałszywy (NIE).

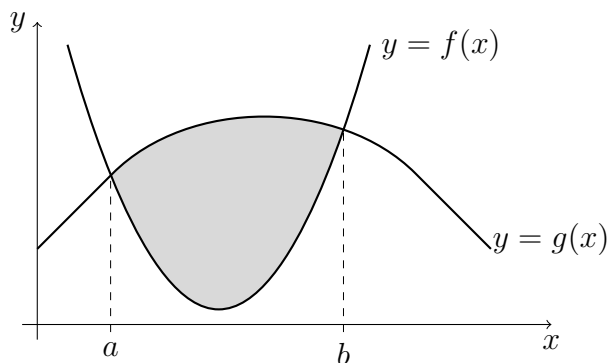
1. Na poniższym rysunku przedstawiliśmy wykres funkcji f . O rozwiązaniu równania różniczkowego $\dot{x} = f(x)$ z warunkiem początkowym $x(0) = x_0$ możemy powiedzieć co następuje:

- (a) jeśli $x_0 = b$, to rozwiązanie $x(t) = b$ dla wszystkich $t > 0$;
- (b) jeśli $x_0 \in (0, a)$, to rozwiązanie $x(t)$ rośnie do a przy $t \rightarrow \infty$;
- (c) jeśli $x_0 \in (a, b)$, to rozwiązanie $x(t)$ rośnie do b przy $t \rightarrow \infty$.



2. Pole powierzchni obszaru zaznaczonego na rysunku obok wynosi

- (a) $\int_a^b g(x)dx + \int_b^a f(x)dx$;
- (b) $\left| \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx \right|$;
- (c) $\int_a^b (g(x) - f(x)) dx$.



3. Określamy współczynnik wzrostu populacji r posługując się modelem Malthusa (z czasem ciągłym) na podstawie dwóch pomiarów liczebności populacji. W pierwszym $N_1 = 50$ osób./km², a po 20 miesiącach $N_2 = 150$ osób./km². Zatem

- (a) $r = \frac{\ln 3}{20}$ 1/miesiąc;
- (b) $r = 5$ 1/miesiąc;
- (c) $r = \frac{\ln 150 - \ln 50}{20}$ 1/miesiąc.

4. Chcemy zaciągnąć kredyt na zakup mieszkania w wysokości 360 000 zł. Zdecydowaliśmy się rozłożyć spłatę zadłużenia na 30 lat w ratach miesięcznych (360 rat). Nasz ulubiony bank oferuje oprocentowanie w wysokości 5,2% w skali roku. Zakładając, że wysokość oprocentowania nie ulegnie zmianie, możemy stwierdzić, że jeśli wybierzemy spłatę kredytu w ratach

- (a) malejących, to ostatnia rata będzie mniejsza od 1 000 zł;
 (b) równych, to każda z rat będzie większa niż 1 000 zł;
 (c) malejących, to pierwsza rata którą zapłacimy w 15 roku spłaty kredytu będzie większa od raty jaką byśmy zapłacili w tym samym miesiącu gdybyśmy zdecydowali się spłacać kredyt w ratach równych.

5. Niech $x = 0,89999(9)$ oraz $y = 0,9$. Zatem

- (a) $x > 8/9$; (b) $x = y$; (c) $x < y$;

6. Niech $f(x) = (x - 1)^2(2 - x)$ dla $x \in \mathbb{R}$

- (a) Największa wartość funkcji f na przedziale $[0, 2]$ jest przyjmowana w punkcie $x = \frac{5}{3}$ lub w punkcie $x = 0$;
 (b) Styczna do wykresu funkcji w punkcie $(x, f(x)) = (2, 0)$ wyraża się wzorem $y = 2 - x$;
 (c) Funkcja f ma trzy ekstrema lokalne .

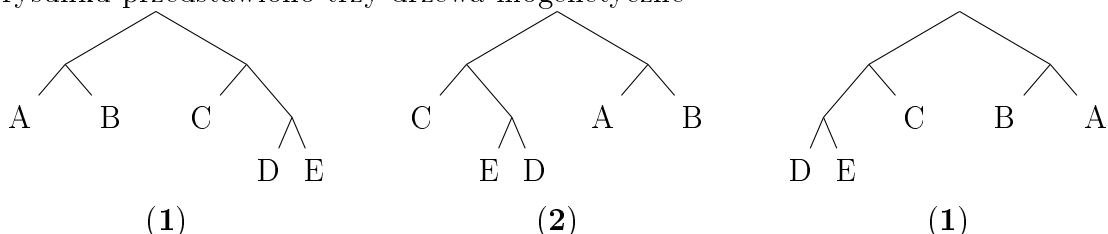
7. Wiek kości znalezionej na wykopaliskach datujemy za pomocą metody izotopu węgla C^{14} . Stwierdzono, że próbka zawiera 55% izotopu węgla. Czas połowicznego rozpadu wynosi 5700 lat. Zatem

- (a) Wiek znaleziska równy jest $T = -\ln 0,55 \frac{\ln 2}{5700}$ lat;
 (b) Wiek znaleziska jest mniejszy niż $\frac{5700}{2}$ lat;
 (c) Wiek znaleziska równy jest $T = -\ln 0,55 \frac{5700}{\ln 2}$ lat.

8. Niech $a \in \mathbb{R}$ będzie liczbą rzeczywistą. Granicą ciągu $\frac{2n^7 + 2n^5 - 3}{an^9 + 4n^7 + 9}$ przy $n \rightarrow \infty$ będzie

- (a) 0,5 dla $a = 0$; (b) $-\infty$ dla $a < 0$; (c) 0 dla $a > 0$;

9. Na rysunku przedstawiono trzy drzewa filogenetyczne



Możemy powiedzieć, że

- (a) drzewo (1) jest topologicznie równoważne drzewu (3);
 (b) drzewo (1) jest topologicznie równoważne drzewu (2);
 (c) drzewo (2) jest topologicznie równoważne drzewu (3).

10. Samochód jedzie po prostej startując w chwili $t = 0$ z punktu $x = 0$ z prędkością daną wzorem $v(t) = 2t^2 - 3t$. Stąd wnosimy, że

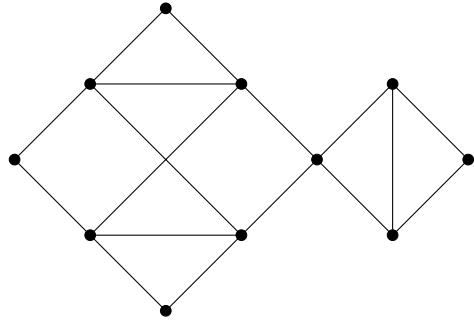
- (a) W pewnej chwili $t_2 > t_1$ przyspieszenie samochodu spada do zera;
- (b) W pewnej chwili $t_1 > 0$ samochód zatrzymuje się ;
- (c) W pewnej chwili t_3 samochód ponownie znajduje się w punkcie $x = 0$.

11. Sześć osób zarezerwowało sześć miejsc w pewnym kinie — wszystkie obok siebie w jednym rzędzie.

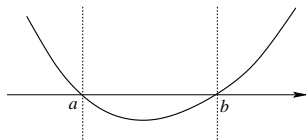
- (a) Jacek i Agatka z pewnych przyczyn nie chcą siedzieć z samego brzegu. Biorąc to pod uwagę okazuje się, że jest dokładnie 288 sposobów, na które cała szóstka może zająć miejsca;
- (b) Załóżmy, że Jacek i Agatka nie przyszli. Wówczas pozostała czwórka może zająć miejsca spośród sześciu możliwych na dokładnie 360 sposobów;
- (c) Biorąc pod uwagę tylko to, kto jest czym sąsiadem, w zarezerwowanych przez siebie miejscach mogą usiąść na 360 sposobów.

12. W grafie przedstawionym na rysunku obok istnieje

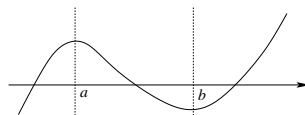
- (a) cykl Eulera;
- (b) cykl Hamiltona;
- (c) droga zamknięta przechodząca przez wszystkie wierzchołki.



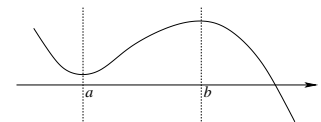
13. Wiemy, że pochodna f' funkcji f jest dodatnia na przedziale $(-\infty, a)$ oraz (b, ∞) oraz ujemna na przedziale (a, b) . Który z poniższych wykresów może być wykresem tej funkcji f ?



(a)



(b)



(c)

14. Z tali 52 kart wybieramy w sposób losowy 13 kart w ten sposób, żeby mieć 9 kart w kolorze czerwonym i 4 w kolorze czarnym, w tym oba czarne asy. Możemy to uczynić na

- (a) $\binom{2}{2} \binom{24}{2} \binom{26}{9}$ sposobów;
- (b) $\binom{26}{9} \binom{24}{2}$ sposobów;
- (c) $\binom{4}{2} \binom{26}{9} \binom{26}{4}$ sposobów.

15. Funkcja zadana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3} & \text{dla } x \neq -3 \\ a & \text{dla } x = -3 \end{cases}$$

(a) nie jest ciągła dla wszystkich a ;

(b) jest ciągła dla $a = -3$;

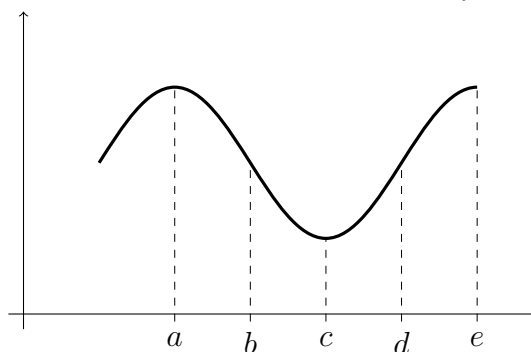
(c) jest ciągła dla $a = -6$.

16. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji f . Możemy powiedzieć, że funkcja f jest

(a) wklęsła na odcinku (c, e) ;

(b) wypukła na odcinku (a, c) ;

(c) wypukła na odcinku (b, d) .



Oświadczam, że powyższy test rozwiązałam/rozwiązałem w pełni samodzielnie, w szczególności nie ściągałam/ściągałem od koleżanek, kolegów i nie korzystałam/korzystałem ze ściąg.

.....
(podpis)

Odpowiedzi Grupa C

1. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
2. (a) TAK; (b) TAK; (c) TAK;
3. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
4. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
5. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
6. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
7. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
8. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
9. (a) TAK; (b) TAK; (c) TAK;
10. (a) NIE; (b) TAK; (c) TAK;
11. (a) TAK; (b) TAK; (c) TAK;
12. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
13. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
14. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
15. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
16. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;