Matematyka dla Biologów Warszawa, 26 stycznia 2008.

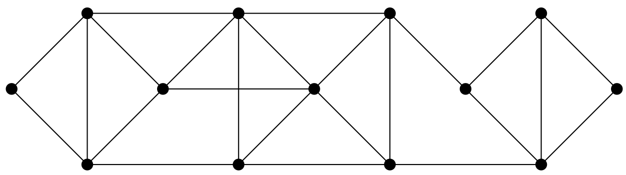
Imię i nazwisko: .... **nr indeksu:.................**

Kolokwium II

GRUPA **A**

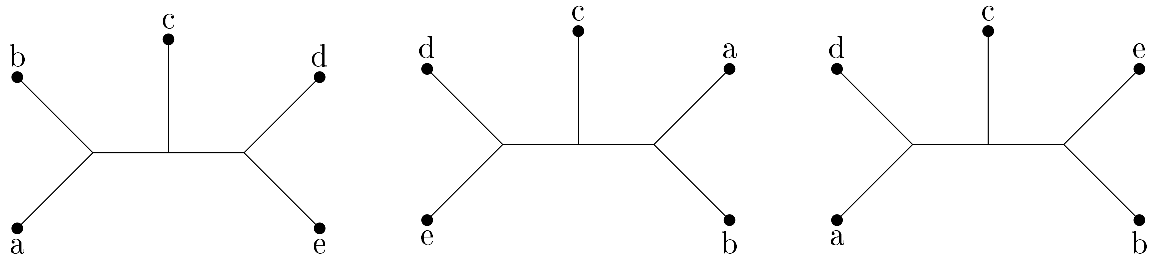
Przy każdym z podpunktów wpisz, czy jest on prawdziwy (`TAK`) czy fałszywy (`NIE`).

1. Przedstawiony na rysunku graf (wierzchołki zostały oznaczone czarnymi kropkami) posiada



(a) cykl Eulera;
(b) cykl Hamiltona;
(c) cykl elementarny.

2. Na rysunkach przedstawiono trzy nieukorzenione drzewa filogenetyczne:



(A) **(B)** **(C)**

Z rysunków możemy wywnioskować, że drzewa filogenetyczne

(a) **(A)** i **(B)** są topologicznie równoważne;
(b) **(A)** i **(C)** są topologicznie równoważne;
(c) **(B)** i **(C)** są topologicznie równoważne.

3. Funkcja f dana wzorem: $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & x < 1 \\ ax + b & 0 \leqslant x \leqslant 5 \\ \log_5 x & x > 5 \end{cases}$ jest ciągła dla

(a) $a = 0$ i każdego b; **(b)** $a = 1/2$ i $b = -1$; **(c)** $a = 1/2$ i $b = -3/2$;

4. $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{x^2 - 49}{x - 7}$

(a) $= 0$; **(b)** $= 14$; **(c)** nie istnieje;

5. Pewien ciąg liczbowy (a_n) ma granicę równą dwa (czyli $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 2$). Zatem

(a) może istnieć nieskończenie wiele wyrazów ciągu (a_n) większych od 3;
(b) dla dostatecznie dużych n wszystkie wyrazy ciągu a_n są dodatnie;
(c) ciąg a_n jest rosnący.

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5+\sqrt[2007]{n}+7n^3}{4000-\sqrt[3]{2007n}-\sqrt{n^6}}$

☐ **(a)** nie istnieje; ☐ **(b)** $=0$; ☐ **(c)** $=-7$;

7. $0{,}3599(9) =$

☐ **(a)** $\dfrac{9}{25}$; ☐ **(b)** $0{,}36$; ☐ **(c)** $\dfrac{7}{20}+\sum\limits_{n=3}^{\infty}\dfrac{9}{10^n}$;

8. Wpłacamy 10 000 zł na lokatę o nominalnej stopie procentowej $p = 8\%$, która nie ulega zmianie. Kapitalizacja następuje co 3 miesiące. Zysk, który osiągniemy w związku z ulokowaniem pieniędzy na tej lokacie po dwóch latach wynosi

☐ **(a)** $10\,000\left(\left(1+\dfrac{0{,}08}{3}\right)^6-1\right)$;

☐ **(b)** $10\,000\left(\left(1+0{,}02\right)^8-1\right)$;

☐ **(c)** $10\,000\left(\left(1+\dfrac{8}{300}\right)^{2\cdot 3}-1\right)$.

9. Samochód porusza się po prostej drodze startując w chwili $t = 0$ z punktu, którego współrzędną przyjmujemy równą 0. Jego położenie w chwili t zadane jest funkcją $x(t) = t(1-t)$.

☐ **(a)** W pewnej chwili $t_1 > 0$ przyśpieszenie samochodu spada do zera;

☐ **(b)** W chwili $t_2 = \frac{1}{2}$ prędkość samochodu wynosi zero;

☐ **(c)** W pewnej chwili $t_3 > 0$ samochód znajduje się ponownie w punkcie 0.

10. Rozważmy cząsteczkę C_4H_{10}.

☐ **(a)** Graf przedstawiający jej wzór jest drzewem;

☐ **(b)** Łącznie suma liczby wierzchołków oraz krawędzi tego grafu jest większa niż suma stopni wszystkich wierzchołków;

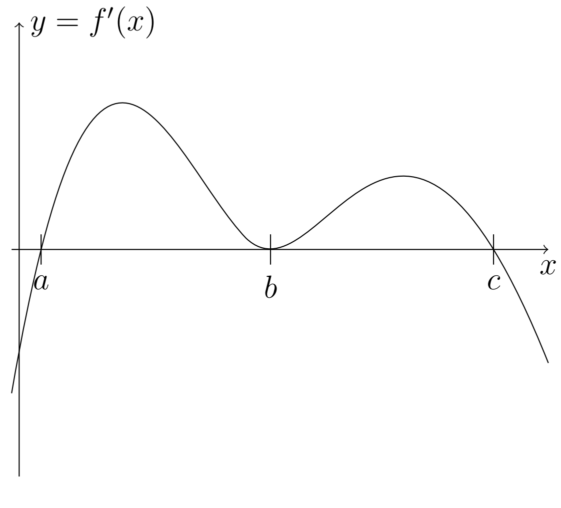
☐ **(c)** Są co najmniej dwa rożne związki o wzorze C_4H_{10} i różnej konfiguracji przestrzennej.

11. Na rysunku przedstawiono wykres pochodnej funkcji f. Na podstawie przedstawionego wykresu funkcji $f'(x)$ (zakładamy, że $f'(a) = f'(b) = f'(c) = 0$, $f'(x) > 0$ dla $x \in (a,b)\cup(b,c)$) można wywnioskować, że funkcja f

☐ **(a)** posiada minimum lokalne w punkcie $x = a$;

☐ **(b)** posiada maksimum lokalne w punkcie $x = b$;

☐ **(c)** posiada minimum lokalne w punkcie $x = c$.



12. Z mieszaniny $a\%$ tlenu i $(100-a)\%$ azotu, w temperaturze 1600°C pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym uzyskujemy

$$x(a) = \sqrt{Ka(100-a)} - 25K$$

tlenku azotu NO w jednostce czasu, gdzie K jest stałą równowagi zależną od temperatury i ciśnienia. Wydajność reakcji (czyli ilość uzyskanego tlenku azotu w jednostce czasu) będzie największa, gdy

☐ **(a)** $a = 0$; ☐ **(b)** $a = \frac{\sqrt{35K}}{2}$; ☐ **(c)** $a = 50$;

13. Zgromadziliśmy 64 mole izotopu pewnego pierwiastka. Po sześciu dniach okazało się, że pozostało 8 moli tego izotopu. W związku z tym możemy wywnioskować, że okres połowicznego rozpadu tego izotopu wynosi

☐ **(a)** 2 dni; ☐ **(b)** 1,5 dnia; ☐ **(c)** $\frac{\ln 2}{2}$;

14. Przyjmujemy, że w warunkach laboratoryjnych pewna populacja bakterii rozwija się zgodnie z równaniem wzrostu Malthusa. Wiemy, że w chwili początkowej zagęszczenie bakterii wynosiło 4 bakterie na mililitr. Po 6 minutach ponownie zmierzono zagęszczenie bakterii i okazało się, że wynosi ono 32 bakterie na mililitr. Stąd możemy obliczyć współczynnik przyrostu populacji (często oznaczany przez r). Jest on równy

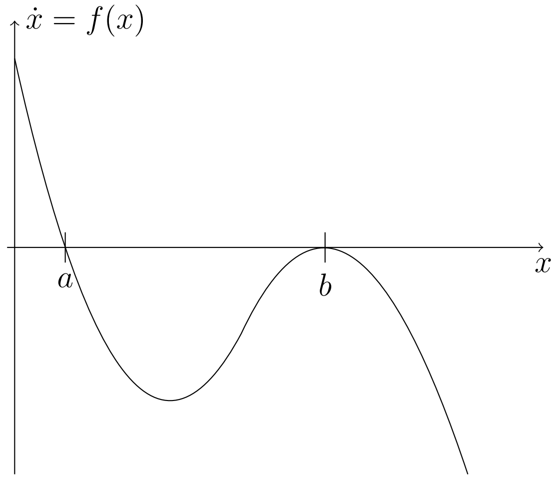
☐ **(a)** $\frac{\ln 2}{2}\left[\frac{1}{\text{min.}}\right]$; ☐ **(b)** $\frac{2}{\ln 2}\left[\frac{1}{\text{min.}}\right]$; ☐ **(c)** $\frac{\ln 8}{6}\left[\frac{1}{\text{min.}}\right]$;

15. Wykres prawej strony równania różniczkowego $\dot{x} = f(x)$ zilustrowano poniżej. Na podstawie tego wykresu (funkcja f przyjmuje wartość zero jedynie dla $x = a$ i $x = b$) możemy wywnioskować, że

☐ **(a)** punkt stacjonarny $\bar{x} = a$ jest lokalnie asymptotycznie stabilny;

☐ **(b)** jeżeli $x(0) < a$, to $x(t)$ maleje z czasem i osiąga wartości ujemne dla dużych czasów;

☐ **(c)** jeżeli $x(0) > b$ to funkcja $x(t)$ maleje z czasem i dąży do b.



16. Pole zawarte między wykresem funkcji $y = 6x - 3x^2$ i osią $0X$ dla $x \in [0;2]$ wynosi

☐ **(a)** 2; ☐ **(b)** 4; ☐ **(c)** $\frac{4}{3}$;

Oświadczam, że powyższy test rozwiązałam/rozwiązałem w pełni samodzielnie, w szczególności nie ściągałam/ściągałem od koleżanek, kolegów i nie korzystałam/korzystałem ze ściąg.

. . . .
(podpis)

Odpowiedzi

Grupa A

1. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `TAK`;

2. (a) `TAK`; (b) `NIE`; (c) `NIE`;

3. (a) `NIE`; (b) `NIE`; (c) `TAK`;

4. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `NIE`;

5. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `NIE`;

6. (a) `NIE`; (b) `NIE`; (c) `TAK`;

7. (a) `TAK`; (b) `TAK`; (c) `TAK`;

8. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `NIE`;

9. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `TAK`;

10. (a) `TAK`; (b) `TAK`; (c) `TAK`;

11. (a) `TAK`; (b) `NIE`; (c) `NIE`;

12. (a) `NIE`; (b) `NIE`; (c) `TAK`;

13. (a) `TAK`; (b) `NIE`; (c) `NIE`;

14. (a) `TAK`; (b) `NIE`; (c) `TAK`;

15. (a) `TAK`; (b) `NIE`; (c) `TAK`;

16. (a) `NIE`; (b) `TAK`; (c) `NIE`;