Matematyka dla Biologów   Warszawa, 3 grudnia 2005.

Imię i nazwisko: ....   **nr indeksu:.................**

Kolokwium I

GRUPA **1A**

Przy każdym z podpunktów wpisz, czy jest on prawdziwy (`TAK`) czy fałszywy (`NIE`).

1. Tautologią jest

☐ **(a)** zdanie złożone które jest prawdziwe niezależnie od wartości logicznej zdań składowych;

☐ **(b)** zdanie $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$;

☐ **(c)** zdanie "Jeśli $\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną to w kwadrat można wpisać okrąg.".

2. Czy wprawdziwe są twierdzenia.

☐ **(a)** Dla dowolnej liczby rzeczywistej r i dowolnie małej liczby dodatniej $\delta > 0$ istnieje liczba w mająca w zapisie dziesiętnym zera na wszystkich pozycjach począwszy od 13 miejsca po przecinku taka, że $|r - w| < \delta$;

☐ **(b)** Niech w i z będą liczbami wymiernymi i $w < z$. Każdej liczbie rzeczywistej z odcinka $(w\,, z)$ można wzajemnie jednoznacznie przyporządkować każdą liczbę wymierną z odcinka (w, z);

☐ **(c)** Niech w i z będą liczbami wymiernymi i $w < z$. Istnieje liczba niewymierna d taka że $w < d < z$.

3. Które z poniższych zdań jest prawdziwe:

☐ **(a)** jeśli istnieje bijekcja $f : A \to A$ na zbiorze A to A jest zbiorem wszystkich zbiorów;

☐ **(b)** Zbiór skończony A o mocy 2005 ma $2^{2005} - 1$ podzbiorów;

☐ **(c)** Jest dokładnie b^k wszystkich funkcji określonych na zbiorze k elementowym o wartościach w zbiorze b elementowym.

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} =$

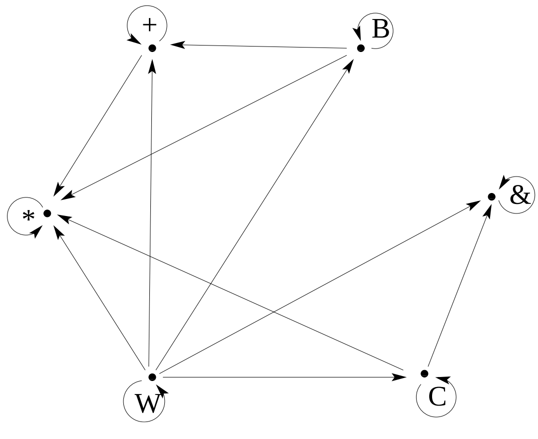
☐ **(a)** $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 9 \\ -2 & -6 & -3 \\ 1 & 4 & 15 \end{bmatrix}$; ☐ **(b)** $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 9 \\ -6 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 15 \end{bmatrix}$; ☐ **(c)** $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 9 \\ -2 & -6 & -3 \\ 4 & 1 & 15 \end{bmatrix}$;

5. Relacja przedstawiona na poniższym wykresie jest

☐ **(a)** relacją porządku liniowego;

☐ **(b)** relacją równoważności;

☐ **(c)** zwrotna, anty-symetryczna i przechodnia.



6. Niech ϱ będzie metryką na płaszczyźnie, zaś X, Y i Z są punktami płaszczyzny. Wiemy, że $\varrho(X,Y) = a$ oraz $\varrho(Y,Z) = b$. Wtedy

☐ **(a)** $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$;

☐ **(b)** jeśli $a = 0$, to $X = Y$;

☐ **(c)** $\varrho(X,Z) \leqslant (a+b)/2$.

7. Ile jest klas abstrakcji relacji wprowadzonej wśród wszystkich studentów biologi UW: *Dwaj studenci są w relacji jeśli ostatnia cyfra numeru ich indeksu jest taka sama*?

☐ **(a)** Tyle, ilu studentów; ☐ **(b)** 10; ☐ **(c)** 1;

8. Prostą na płaszczyźnie przechodząca przez punkty $(-1,1)$ i $(1,-1)$ przedstawia równanie

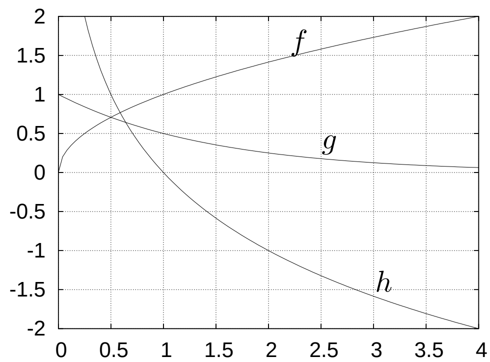
☐ **(a)** $y = x + 1$; ☐ **(b)** $y = 2x$; ☐ **(c)** $y = x - 1$;

9. Na rysunku przedstawiono wykresy następujących funkcji

☐ **(a)** $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, $g(x) = \sqrt{x}$,$h(x) = \dfrac{1}{2^x}$;

☐ **(b)** $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = 2^{-x}$,$h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$;

☐ **(c)** $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{2^{-x}}$, $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.



10. Na mapie Fantazji o skali 1:700 000 odległość między wioską Chmury a miastem Kamyczki wynosi 7 cm. Zatem, odległość w terenie między Chmurami a Kamyczkami wynosi

☐ **(a)** 1 km; ☐ **(b)** 49 km; ☐ **(c)** 4900 m;

11. Następujące zdania opisujące własności logarytmu są prawdziwe:

☐ **(a)** logarytm o podstawie a z $x > 0$ to potęga do której trzeba podnieść x aby otrzymać a;

☐ **(b)** $\log_a x^y = \log_a x \cdot \log_a y$;

☐ **(c)** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

12. Wykres funkcji $y = 7 \cdot x^{2005}$ ma postać $Y = 2005X + \ln 7$ w układzie współrzędnych

☐ **(a)** log-log; ☐ **(b)** pół-logarytmicznej; ☐ **(c)** kartezjańskim;

13. Załóżmy, że ciąg liczb $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ma granicę g i określmy ciąg $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ taki, że $b_n = a_{2n+3}$.

☐ **(a)** Ciąg $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jest zbieżny do liczby $f \geqslant g$;

☐ **(b)** Ciąg $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jest rozbieżny gdyż $2n + 3 > n$ dla $n \geqslant 1$;

☐ **(c)** Dla dowolnie małej liczby $\varepsilon > 0$ istnieje liczba N taka, że dla wszystkich $n > N$ $g - \varepsilon \leqslant b_n \leqslant g + \varepsilon$.

14. Do banku wpłaciliśmy 20.000 zł na konto na którym roczna stopa nominalna wynosi 18%. Kapitalizacja odsetek następuje co 2 miesiące. Po 7 latach, zakładając, że oprocentowanie jest stałe, nasz zysk wyniesie

☐ **(a)** $20.000(1+0{,}18)^7 - 20.000$;

☐ **(b)** $20.000((1+0{,}03)^{42} - 1)$;

☐ **(c)** $20.000(1+1{,}26) - 20.000$.

15. Wiemy, że funkcja ciągła $f\colon [0;6] \to \mathbb{R}$ przyjmuje następujące wartości $f(0) = -2005$ oraz $f(6) = 2006$. Stąd możemy wywnioskować, że

☐ **(a)** funkcja f jest rosnąca;

☐ **(b)** jeśli $f(3) = -2006$, to dla każdego ciągu (x_n), $x_n \in (0;6)$, takiego że $x_n \to 3$ zachodzi $f(x_n) \to -2006$;

☐ **(c)** funkcja $f(x_0) = 205$ dla pewnego $x_0 \in [-1;7]$.

Oûwiadczam, że powyższy test rozwiIJzałam/rozwiIJzałem w pełni samodzielnie, w szczególnoûci nie ûciIJgałam/ûciIJgałem od koleżanek, kolegów i nie korzystałam/korzystałem ze ûciIJg.

....
(podpis)

Odpowiedzi

Grupa 1A

1. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
2. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
3. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
4. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
5. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
6. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
7. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
8. (a) NIE; (b) NIE; (c) NIE;
9. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
10. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
11. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
12. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
13. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
14. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
15. (a) NIE; (b) TAK; (c) TAK;