

Imię i nazwisko: .....

nr indeksu:.....

## Kolokwium I

## GRUPA 1A

Przy każdym z podpunktów wpisz, czy jest on prawdziwy (TAK) czy fałszywy (NIE).

1. Wiemy, że wszystkie ptaki mają skrzydła. Czy z tego, że

(a) X nie ma skrzydeł możemy wywnioskować, że X nie jest ptakiem?;

(b) X ma skrzydła możemy wywnioskować, że X jest ptakiem?;

(c) X nie jest ptakiem możemy wywnioskować, że X nie ma skrzydeł.

2. Załóżmy, że każdy student potrafi zrobić na kolokwium przynajmniej jedno zadanie. Niech  $S$  oznacza zbiór studentów a  $Z$  — zbiór zadań na kolokwium. Oceń wartość logiczną następujących zdań (T oznacza prawdę, N oznacza fałsz):

(a) Istnieje student  $s \in S$  i zadanie  $z \in Z$  takie, że  $s$  zaliczy zadanie  $z$ ;

(b) Dla dowolnego  $z \in Z$  istnieje  $s \in S$  takie, że  $s$  zaliczy zadanie  $z$ ;

(c) Następujące zdanie jest fałszywe: Istnieje  $s \in S$  taki, że dla dowolnego  $z \in Z$   $s$  nie zaliczy  $z$ .

3. W zbiorze  $\{A, B, C, AB, AC, CAB\}$ , którego elementy nazwiemy słowami definiujemy relację  $P$ : słowo  $x$  jest w relacji  $P$  z  $y$  wtedy i tylko wtedy, gdy pierwsze litery słów  $x$  i  $y$  są takie same.

(a) jest to relacja równoważności;

(b) słowo  $A$  jest w relacji  $P$  ze słowem  $CAB$ ;

(c) jest to relacja antysymetryczna.

4. Kolor pewnego kwiatu jest zdefiniowany przez parę genów kodujących białko odpowiadające za produkcję czerwonego barwnika. Gdy roślina posiada dwa geny C kodujące prawidłowe białko, to kwiaty są czerwone. Gdy roślina posiada oba geny B, które nie kodują wspomnianego wyżej białka, to kwiaty są białe. Natomiast w sytuacji gdy roślina posiada jeden gen C i jeden B, to ma kwiaty różowe. Definiujemy następującą relację: roślina X jest w relacji z rośliną Y, gdy X ma przynajmniej jeden gen odpowiadający za kolor kwiatów taki sam jak roślina Y. Czy ta relacja jest

(a) symetryczna;       (b) przechodnia;       (c) równoważności;

5. Pierwiastki równania  $z^2 - 4z + 5 = 0$

(a) są liczbami zespolonymi;

(b) są liczbami zespolonymi sprzężonymi;

(c) po wymnożeniu przez siebie dają liczbę rzeczywistą.

6.  $(2 + i)(2 - i) =$

(a)  $3 - 2i$ ;

(b) 5;

(c)  $4 - 2i + i^2$ ;

7. Rozważmy zbiór ocen na Uniwersytecie  $A = \{2, 3, 3+, 4, 4+, 5\}$  oraz zbiór ocen szkolnych  $B = \{1, 2-, 2, 2+, 3-, 3, 3+, 4-, 4, 4+, 5-, 5, 5+, 6-, 6\}$ . Czy istnieje funkcja

- (a)  $f: A \rightarrow B$ , która jest „na” zbiór  $B$ ;  
 (b)  $f: B \rightarrow A$ , która jest różnowartościowa;  
 (c)  $f: A \rightarrow B$ , która jest różnowartościowa.

8. Rozważmy odcinek  $A = (-1/2, 1/2)$ , zbiór  $B = (-1/2, 0) \cup (0, 1/2)$  oraz  $C = A \cap \mathbb{Q}$ . Zbiór

- (a)  $A$  jest równoliczny z  $B$ ;  
 (b)  $A$  jest równoliczny z  $C$ ;  
 (c)  $A$  jest zbiorem skończonym.

9. Niech  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = (0, 5, 3]$ ,  $C = [-1, 1, 5)$ . Czy jest prawdą, że

- (a) istnieje surjekcja z  $A$  w  $B$ ;  
 (b)  $A \cap B$  jest równoliczny z  $A (B \cap C)$ ;  
 (c) nie istnieje bijekcja z odcinka  $B$  w  $C$ .

10. Niech  $\vec{a} = (0, 1, 3)$ ,  $\vec{b} = (0, 2, 6)$ ,  $\vec{c} = (1, 0, 0)$ . Wówczas

- (a)  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  są liniowo niezależne;  
 (b)  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  leżą na jednej prostej;  
 (c)  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  są liniowo zależne.

11. Dane są punkty  $A = (3, 1)$ ,  $B = (-3, -1)$ ,  $C = (3, 4)$ .

- (a) Odległość między punktami  $A$  i  $B$  w metryce euklidesowej jest taka sama jak odległość między tymi samymi punktami liczona w metryce kolejowej;  
 (b) Odległość między punktami  $A$  i  $B$  w metryce euklidesowej jest nie mniejsza niż odległość między punktami  $A$  i  $C$  w metryce kolejowej;  
 (c) Długość odcinka  $|BC|$  w metryce miejskiej wynosi 10.

12. Dowolnym punktom  $x, y \in \mathbb{R}$  przyporządkowujemy liczbę  $\eta(x, y) = |x - y|$ . Zatem

- (a)  $\eta^2$  jest metryką;  
 (b)  $2\eta + 3\eta$  jest metryką;  
 (c)  $5\eta$  jest metryką.

13. Niech  $A, B$  będą macierzami kwadratowymi, wówczas

- (a)  $AB=BA$ ;

- (b) dla  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & ,0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  mamy  $AB = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 0 \\ 6 & 11 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ;

- (c) dla  $A$  i  $B$  jak w punkcie b)  $BA = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 4 & 11 \end{bmatrix}$ .

14. Przypuśćmy, że macierze  $A$ ,  $B$  i  $C$  są takie, że  $A \cdot B = C$ . Stąd możemy wywnioskować, że

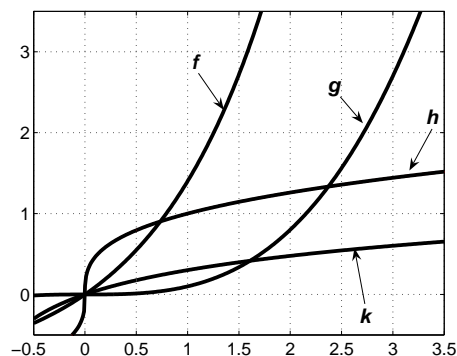
- (a) liczba wierszy macierzy  $C$  jest równa liczbie wierszy macierzy  $B$ ;  
 (b) jeśli macierze  $A$  i  $B$  są kwadratowe, to macierz  $C$  jest także kwadratowa oraz  $B \cdot A = C$ ;  
 (c) kolejne kolumny macierzy  $C$  powstają poprzez mnożenie macierzy  $A$  przez kolejne kolumny macierzy  $B$ .

15. Niech  $f(x) = 2^{x-2}$ ,  $g(x) = -|x|$ ,  $h(x) = x^2 - 3$ .

- (a) Wykresy  $f$  i  $g$  nie mają punktów przecięcia;  
 (b) Wykres funkcji  $f$  powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji  $y = 2^x$  o wektor  $[0, 2]$ ;  
 (c) Funkcja  $h$  ma więcej miejsc zerowych niż funkcja  $g$ .

16. Na wykresie przedstawiono wykresy czterech funkcji: potęgowej, pierwiastkowej, logarytmicznej i wykładniczej, przesunięte tak, by wszystkie przechodziły przez punkt  $(0, 0)$ . Z wykresów można wywnioskować, że

- (a)  $f$  jest funkcją wykładniczą, a  $g$  funkcją pierwiastkową;  
 (b)  $h$  jest funkcją pierwiastkową, a  $k$  funkcją logarytmiczną;  
 (c)  $h$  jest funkcją pierwiastkową, a  $g$  wykładniczą.



17. Hodując bakterie na szalce podejrzewamy, że ich wzrost jest wykładniczy. Mając zmierzoną liczbę bakterii w chwilach czasu  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  chcemy skorzystać z metody regresji liniowej, aby znaleźć współczynnik wzrostu. W tym celu powinniśmy

- (a) przeskalować logarytmicznie oś czasu  $t$ , nie skalując drugiej osi;  
 (b) przeskalować logarytmicznie oś z wynikami pomiarów, nie skalując osi czasu  $t$ ;  
 (c) przeskalować logarytmicznie obie osie.

Oświadczam, że powyższy test rozwiązałam/rozwiązałem w pełni samodzielnie, w szczególności nie ściągałam/ściągałem od koleżanek, kolegów i nie korzystałam/korzystałem ze ściągi.

.....  
(podpis)

## Odpowiedzi

### Grupa 1A

1. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
2. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
3. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
4. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
5. (a) TAK; (b) TAK; (c) TAK;
6. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
7. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
8. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
9. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
10. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
11. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
12. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
13. (a) NIE; (b) ???; (c) NIE;
14. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
15. (a) NIE; (b) TAK; (c) TAK;
16. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
17. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;