

Imię i nazwisko:

nr indeksu:.....

Kolokwium I

GRUPA 1A

Przy każdym z podpunktów wpisz, czy jest on prawdziwy (TAK) czy fałszywy (NIE).

1. Janek powiedział do Wojtka: „Jeżeli jutro spotkam Kasię i będę miał przynajmniej godzinę czasu, to zaproszę ją na kawę”. Wojtek chciał przekazać Gosi informację otrzymaną od Jacka. Czy przekaze jej dokładnie znaczenie wypowiedzi Janka, jeśli powie, że

(a) „Jeśli Wojtek nie zaprosi jutro Kasi na kawę, to jej nie spotka lub nie będzie miał przynajmniej godziny czasu.”;

(b) „Jeżeli Wojtek nie będzie miał jutro przynajmniej godziny czasu, to nie zaprosi Kasi na kawę.”;

(c) „Jutro Wojtek nie spotka Kasi lub nie będzie miał przynajmniej godziny czasu lub zaprosi ją na kawę.”.

2. Dane są macierze $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ oraz $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) $A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$;

(b) nie da się wykonać mnożenia $B \cdot A$;

(c) $A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix}$.

3. W zbiorze studentów biologii wprowadzamy następującą relację: „Student A jest w relacji ze studentem B wtedy i tylko wtedy, gdy jego ocena z egzaminu z botaniki lub z egzaminu zoologii jest nie gorsza niż ocena studenta B z egzaminu z tego samego przedmiotu”. Relacja ta jest

(a) relacją zwrotną, antysymetryczną ale nie jest przechodnia;

(b) relacją porządku, ale nie jest relacją porządku liniowego;

(c) relacją równoważności i posiada 6 klas abstrakcji.

4. Dziesięcioro znajomych wybrało się do kina i otrzymali bilety w jednym rzędzie, jeden obok drugiego. W zbiorze tych dziesięciu osób wprowadzamy relację: „osoba A jest w relacji z osobą B wtedy i tylko wtedy, gdy osoba B siedzi w rzędzie na lewo od osoby A, ponadto każda osoba jest ze sobą w relacji”. Relacja ta jest relacją

(a) równoważności o jednej klasie abstrakcji;

(b) równoważności o dziesięciu klasach abstrakcji;

(c) porządku liniowego.

5. Dla dowolnych $x, y > 0$ prawdą jest, że $\log_2 \left(\frac{32x^2}{y} \right) - \log_8 \left(\frac{8y^3}{x^6} \right) =$

(a) $\log_2 \left(\left(\frac{4x^2}{y} \right)^2 \right)$; (b) $4 + \log_4 \left(\frac{x^2}{y} \right)$; (c) $\log_2 \left(\frac{4x^9}{y^4} \right)$;

6. Niech $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{2}{5}i$, $z_2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}i$. Wówczas

(a) $z_1 + z_2 = \frac{5}{12} + \frac{9}{10}i$; (b) $z_1 - z_2 = \frac{1}{12} - \frac{1}{10}i$; (c) $z_1 z_2 = -\frac{19}{120} + \frac{23}{120}i$;

7. Niech $A = (x_a, y_a) \in \mathbb{R}^2$, $B = (x_b, y_b) \in \mathbb{R}^2$. Które z poniższych funkcji są metrykami?

(a) $\rho(A, B) = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$;

(b) $\rho(A, B) = \max(|x_a - x_b|, |y_a - y_b|)$;

(c) $\rho(A, B) = \sqrt[7]{(x_a - x_b)^7 + (y_a - y_b)^7} + 1$.

8. W skali podwójnie logarytmicznej wykres funkcji $y = 2x^3$ jest

(a) linią prostą;

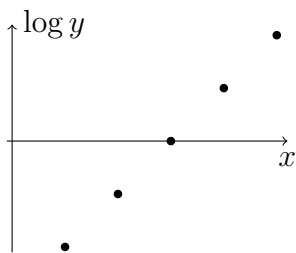
(b) wykresem funkcji logarytmicznej;

(c) wykresem funkcji potęgowej.

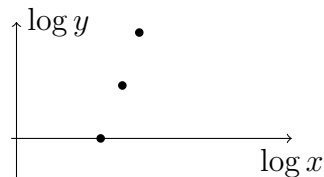
9. W pewnym eksperymencie mierzono dwie cechy i otrzymano następujące wyniki:

x	1	2	3	4	5
y	0,25	0,5	1	2	4

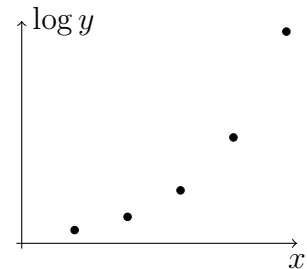
Który z poniższych wykresów może stanowić przedstawienie tych danych (prosimy o zwrócenie uwagi na zastosowane skale logarytmiczne, jednostki na osiach mogą mieć różne długości)?



(a)



(b)



(c)

10. Niech A i B będą pewnymi podzbiórmi \mathbb{R} . Wówczas zdanie $\forall x \in A \exists y \in B : x + y \geq 5$ jest

(a) równoważne zdaniu $\exists y \in B \forall x \in A : x + y \geq 5$;

(b) zaprzeczeniem zdania $\forall y \in B \exists x \in A : x + y < 5$;

(c) zaprzeczeniem zdania $\exists x \in A \forall y \in B : x + y < 5$.

11. Zbiory A i B są równoliczne. Wówczas

(a) nie może się zdarzyć, że $A \subset B$ oraz $A \neq B$;

(b) istnieje surjekcja $f: A \rightarrow B$;

(c) injekcja $f: A \rightarrow B$ może nie istnieć.

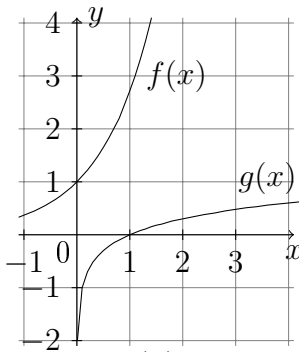
12. Dane są zbiory $A = [0; 2]$ i $B = [-1; 7]$. Wówczas

(a) funkcja $f(x) = x^2 + 2x - 1$ jest bijekcją, $f: A \rightarrow B$;

(b) funkcja $f(x) = 8(x - 1)^2 - 1$ jest bijekcją, $f: A \rightarrow B$;

(c) zbiory A i B nie są równoliczne.

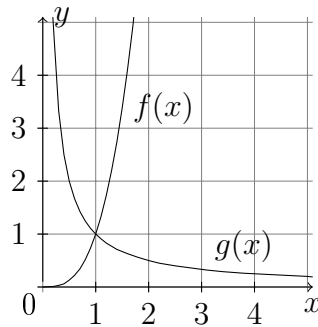
13. Czy funkcje na poniższych wykresach mogą odpowiadać opisowi zamieszczonemu pod nim, zakładając, że krzywe na rysunkach są wykresami funkcji potęgowej, wykładniczej lub logarytmicznej?



$$f(x) = e^x$$

$$g(x) = \log_{10} x$$

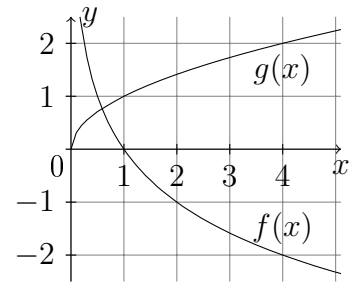
(a)



$$f(x) = 1/x$$

$$g(x) = x^3$$

(b)



$$f(x) = \log_{1/2}(x)$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

(c)

14. W zbiorze osób mieszkających w Polsce wprowadzamy następującą relację: „osoba A jest w relacji z osobą B wtedy i tylko wtedy gdy urodziła się tego samego dnia tygodnia co osoba B”. Tak określona relacja

(a) jest relacją równoważności i posiada 7 klas abstrakcji;

(b) jest relacją równoważności i posiada ponad 30 milionów klas abstrakcji;

(c) nie jest relacją równoważności.

15. Na każdej z dziesięciu tabliczek namalowano inną literę alfabetu. Uznajmy, że dowolny ciąg liter nazywamy słowem.

(a) Liczba wszystkich słów czteroliterowych, które można ułożyć z tych 10 tabliczek równa jest liczbie wszystkich funkcji różnowartościowych określonych na zbiorze czteroelementowym o wartościach w zbiorze dziesięcioelementowym;

(b) Cztery spośród 10 tabliczek można wrzucić do worka na $\binom{10}{4}$ sposobów;

(c) Z tych tabliczek można ułożyć $4!$ słów, w których żadne dwie litery nie powtarzają się.

16. Przyjmijmy, że wszystkie zwierzęta z danej rodziny mają kształt kuli oraz że masa ich ciała jest równomiernie rozłożona w całej kuli. Zależność pomiędzy masą ciała M i polem powierzchni bocznej P zwierząt z tej rodziny przedstawia funkcja (c_1, c_2, c_3 to pewne stałe niezależne od masy M)

(a) $P = c_1 M^{\frac{2}{3}}$;

(b) $P = c_2 M^{\frac{3}{2}}$;

(c) $P = c_3 e^M$;

Oświadczam, że powyższy test rozwiązałam/rozwiązałem w pełni samodzielnie, w szczególności nie ściągałam/ściągałem od koleżanek, kolegów i nie korzystałam/korzystałem ze ściągi.

.....
(podpis)

Odpowiedzi

Grupa 1A

1. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
2. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
3. (a) NIE; (b) NIE; (c) NIE;
4. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
5. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
6. (a) TAK; (b) TAK; (c) TAK;
7. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
8. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
9. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
10. (a) NIE; (b) NIE; (c) TAK;
11. (a) NIE; (b) TAK; (c) NIE;
12. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
13. (a) TAK; (b) NIE; (c) TAK;
14. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;
15. (a) TAK; (b) TAK; (c) NIE;
16. (a) TAK; (b) NIE; (c) NIE;